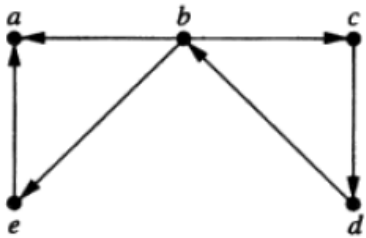


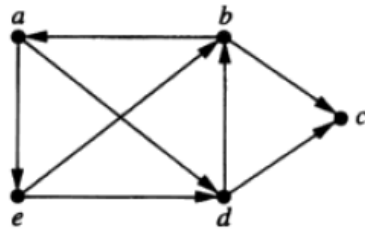
离散数学图论作业3 - 图的连通性

Problem 1

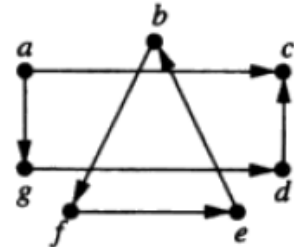
判断下列各图是否是强连通的，如果不是，再判断是否是弱连通的。



(1)



(2)



(3)

Problem 2

证明：简单图 G 是二部图，当且仅当 G 没有包含奇数条边的回路。

Problem 3

- a) 证明或反驳：存在一个函数 $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ 使得对于所有 $k \in \mathbf{N}$ ，最小度至少为 $f(k)$ 的图一定是 k -连通的。
- b) 证明或反驳：存在一个函数 $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ 使得对于所有 $k \in \mathbf{N}$ ，边连通度至少为 $f(k)$ 的图一定是 k -连通的。

Problem 4

试找出一个图 G ，满足： $\delta(G) = n - 3$ ，而 $\kappa(G) < \delta(G)$ 。

(提示：若 G 是简单图， $|G| = n \geq 3$ ，且 $\delta(G) \geq n - 2$ ，则 $\kappa(G) = \delta(G)$)

Problem 5

证明： G 是2-边连通图当且仅当 G 中任意两个顶点之间至少有两条不含公共边的通路。

（提示：证明过程中可使用Whitney定理，但需注意和本题的差异）

Problem 6

证明：若 G 是 k -边连通图，从 G 中任意删除 k 条边，最多得到2个连通分支。

Problem 7

对于任意连通的简单图 G ，设 G 有 \mathcal{V} 个点， \mathcal{E} 条边

- a) 证明 $\mathcal{E} \geq \mathcal{V} - 1$;
- b) 证明 $\mathcal{E} \geq \mathcal{V}$ 时， G 中有回路。

Problem 8

证明：若图 G 是不连通的，则 G 的补图是连通图。

Problem 9

证明：任意连通图 G 包含一条长度至少为 $\min\{2\delta(G), |V(G)| - 1\}$ 的顶点和边均不重复的通路。

（提示：证明过程中可以考虑图 G 中最长的[顶点和边均不重复的]通路）