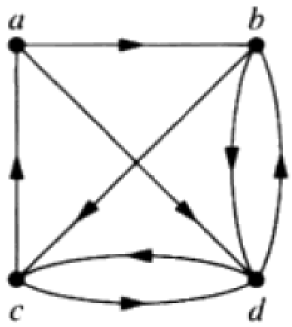
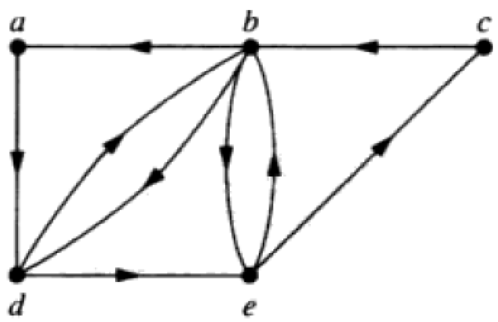
离散数学图论作业 4 - 欧拉图

Problem 1

试确定下方所示各图是否具有欧拉回路。若存在欧拉回路，则构造出一条欧拉回路。若不存在，试确定这个图是否具有欧拉通路。若存在欧拉通路，则构造出一条欧拉通路。



(1)



(2)

Problem 2

对哪些 m 和 n 值来说，完全二部图 $K_{m,n}$ 具有

1) 欧拉回路？

2) 欧拉通路？

Problem 3

若 G 是欧拉图，证明或反驳：

1) 当 G 的顶点数是奇数时，若补图 $\bar{G}$ 是连通的，则 $\bar{G}$ 中存在欧拉通路。

2) 当 G 的顶点数是偶数时，若补图 $\bar{G}$ 是连通的，则 $\bar{G}$ 中存在欧拉通路。

Problem 4

给定简单图 G（$|G| \geq 3$），定义线图 $L(G)$ 如下：

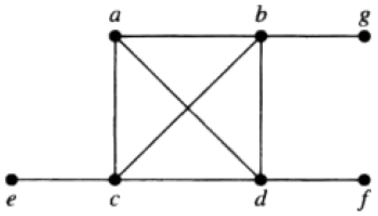
- 对 G 中的每条边，$L(G)$ 中恰好有一个顶点与之对应；
- $L(G)$ 中任意两点相邻当且仅当它们在 G 中对应的两条边相邻（即有一个公共顶点）。

证明若 G 是简单、连通的 r-正则图，则 $L(G)$ 是欧拉图。然后举例说明反之不一定成立。

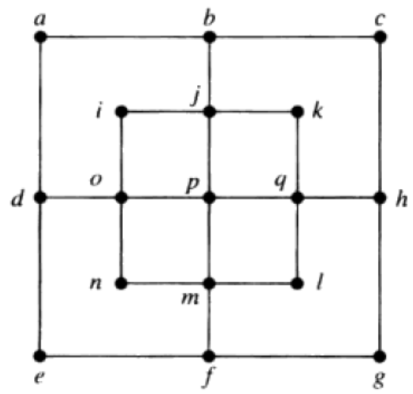
离散数学图论作业5 - 哈密尔顿图

Problem 1

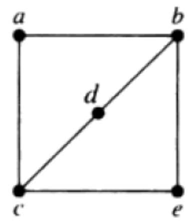
下方所示各图是否拥有哈密顿通路？若有哈密顿通路，则求出这样一条通路。若没有哈密顿通路，则论证为什么这样的通路不存在。



(1)



(2)



(3)

Problem 2

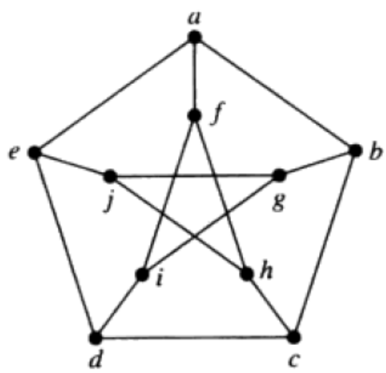
对哪些m和n值来说，完全二部图$K_{m,n}$具有哈密顿回路？

Problem 3

证明：每当n是正整数时，就存在n阶格雷码，或者等价地证明：$n > 1$的n维立方体(n-cube)Q，总是具有哈密顿回路。[提示：用数学归纳法，证明如何从$n-1$阶格雷码产生n阶格雷码。]

Problem 4

证明：下图所示的彼得森图没有哈密顿回路，但删除任意顶点v和所有与v关联的边，所获得的子图都有哈密顿回路。



Problem 5

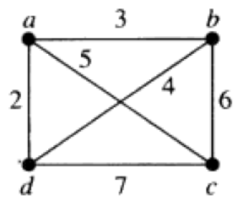
若简单图G满足$V(G) \geq 3$且$\delta(G) \geq \frac{V(G)-1}{2}$，证明或反驳：

a) G一定存在哈密顿回路。

b) G一定存在哈密顿通路。

Problem 6

通过求出所有哈密顿回路的总权数并且确定出总权数最小的回路，来解决下图的旅行商问题。



Problem 7

考虑在15天安排15门课程的考试（每天考1门课），使得同一位老师所任的任意两门课程考试不排在接连的两天中，试证明如果没有老师担任多于8门课程，则符合上述要求的考试安排总是可能的。