

离散数学图论作业 9- 树的应用

Problem 1

若一枚伪币与其他硬币质量不等，那么为了在 8 枚硬币中找出这枚伪币，需要用天平称多少次？描述一个找出这枚伪币的方法。

Problem 2

a) 用赫夫曼编码来编码具有这些频率的符号： $a : 0.36, b : 0.18, c : 0.18, d : 0.10, e : 0.08, f : 0.06, g : 0.04$ ，在算法中用以下两种不同的方式打破平局。

I. 在每个阶段从权最小的树中选择顶点数最少的两个树来组合。

II. 在算法的每个阶段从权最小的树中选择顶点数最多的两个树来组合。

b) 计算用每种编码来编码一个符号所需要的平均位数并且对每种编码计算这个位数的方差。对于编码一个符号所需要的位数的方差，哪种打破平局的过程所产生的会小一些？

Problem 3

求下列前缀/后缀表达式的值 ($a \uparrow b = a^b$)

a) $+ \times 7 / 8 4 6$

d) $3 2 \times 2 \uparrow 5 3 - 8 4 / \times -$

b) $\times + 3 + 3 \uparrow 3 - 3 3 3$

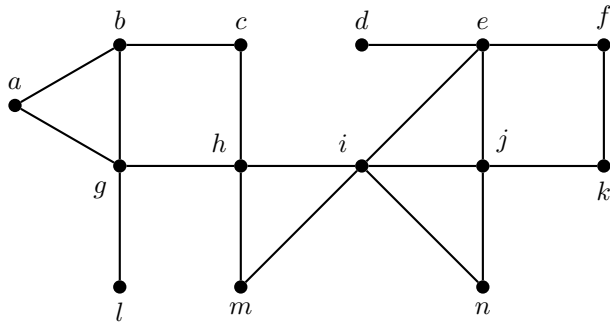
e) $\uparrow - \times 4 4 \times 7 2 + 3 8$

c) $5 2 1 + - 3 1 4 + + \times$

f) $\times / 9 3 + \times 2 4 - 7 6$

Problem 4

用深度优先搜索和广度优先搜索来构造下图的生成树。选择 a 作为这个生成树的根，并假定顶点都以字母顺序来排序。

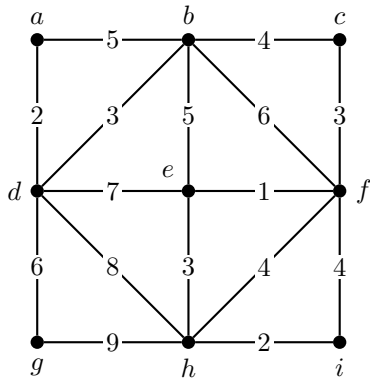


Problem 5

设 G 是连通图。证明：如果 T 是用深度优先搜索构造的 G 的生成树，则 G 的不在 T 中的边必定是背边，换句话说，这条边必定连接一个顶点到这个顶点在 T 中的祖先或后代。

Problem 6

分别用普林 (Prim) 算法和克鲁斯卡尔 (Kruskal) 算法求所给带权图的最小生成树。(按顺序写出选取的边及总的权值即可)



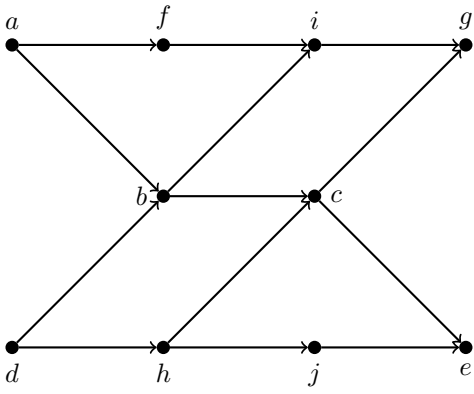
Problem 7

有向无环图 G 的一个**拓扑序列**是其顶点的一个线性序列，满足 $\forall (u, v) \in E(G)$, u 排在 v 之前。试求下图字典序最小的一个拓扑序列：

Problem 8

证明或反驳：每条边权重均不相同的带权图

- 1) 有唯一的最小生成树。



2) 有唯一的“次小生成树”满足，存在一最小生成树的权值小于等于该树，且其他生成树的权值均大于等于该树。