

离散数学作业 Problem set 1

Problem 1

下列哪些是命题? 这些命题的真值是什么?

- a) 北京是中国的首都
- b) 下雨了吗?
- c) 两个质数的和是偶数。
- d) $x + y > 10$ 。
- e) $3+4=7$
- f) n 是质数。

Problem 2

判断下列这些条件语句是真是假:

- a) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 $1 + 1 = 2$
- b) $1 + 1 = 2$ 当且仅当 $2 + 3 = 4$
- c) $1 + 1 = 3$ 当且仅当猴子会飞
- d) $0 > 1$ 当且仅当 $2 > 1$

Problem 3

下列各命题的否定是什么?

- a) Jennifer 和 Teja 是朋友。 b) 面包师说的一打有 13 个。
c) Abby 每天发送 100 多条微信。 d) 121 是一个完全平方数。

Problem 4

令 p 、 q 、 r 为如下命题：

p : 在这个地区发现过灰熊

q : 在乡间小路上徒步旅行是安全的。

r : 乡间小路两旁的草莓成熟了。

用 p 、 q 、 r 和逻辑连接词 (包括否定) 写出下列命题：

- a) 乡间小路两旁的草莓成熟了，但在这个地区没有发现过灰熊。
b) 在这个地区没有发现过灰熊，且在乡间小路上徒步旅行是安全的，但乡间小路两旁的草莓成熟了。
c) 如果乡间小路两旁的草莓成熟了，徒步旅行是安全的当且仅当在这个地区没有发现过灰熊。
d) 在乡间小路上徒步旅行是不安全的，但在这个地区没有发现过灰熊且小路两旁的草莓成熟了。
e) 为了使在乡间小路上旅行很安全，其必要但非充分条件是乡间小路两旁的草莓没有成熟且在这个地区没有发现过灰熊。
f) 无论何时再这个地区发现过灰熊且乡间小路两旁的草莓成熟了，在乡间小路上徒步旅行就不安全。

Problem 5

构造 $(\neg p \vee q) \wedge (q \rightarrow \neg r \wedge \neg p) \wedge (p \vee r)$ 的真值表。

Problem 6

假设在最近的财年期间，Acme 计算机公司的年收入是 1380 亿美元且其净利润是 80 亿美元，Nadir 软件公司的年收入是 870 亿美元且净利润是 50 亿美元，Quixote 媒体的年收入是 1110 亿美元且净利润是 130 亿美元。试判断有关最近财年的每个命题的真值。

- a) Quixote 媒体的年收入最多。
- b) Nadir 软件公司的净利润最少并且 Acme 计算机公司的年收入最多。
- c) Acme 计算机公司的净利润最多或者 Quixote 媒体的净利润最多。
- d) 如果 Quixote 媒体的净利润最少，则 Acme 计算机公司的年收入最多。
- e) Nadir 软件公司的净利润最少当且仅当 Acme 计算机公司的年收入最多。

Problem 7

令 p 、 q 、 r 分别表示如下命题：

p ：你得了流感

q ：你错过期末考试

r ：你通过这门课

试用汉语表达下列各命题。

a) $p \rightarrow q$

b) $\neg q \leftrightarrow r$

c) $q \rightarrow \neg r$

d) $p \vee q \vee r$

e) $(p \rightarrow \neg r) \vee (q \rightarrow \neg r)$

f) $(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge r)$

Problem 8

你有资格当美国总统仅当你已年满 35 岁、出生在美国或者你出生时你的双亲是美国公民并且你再这个国家至少生活了 14 年。用 e :“你有资格当美国总统”, a :“你已年满 35 岁”, b :“你出生在美国”, p :“在你出生的时候, 你的双亲均是美国公民”和 r :“你在美国至少生活了 14 年”来表达你的答案。

Problem 9

甲说: 我会游泳。

乙说: 甲不会游泳。

丙说: 乙不会游泳。

丁说: 我们有三个人会游泳。

以上只有一个人说假话, 那么究竟谁说真话, 谁说假话? 谁会游泳, 谁不会游泳?

请分别用自然语言表达的日常推理和命题逻辑表达的形式推理解决该问题。

Problem 10

不借助真值表, 试解释为什么在 p 、 q 和 r 至少有一个为真并且至少有一个为假时 $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$ 为真, 而当三个变量具有相同真值时为假。