

离散数学作业 Problem set 16

Problem 1

y 覆盖 x 的有序对 (x, y) 的集合称为 (S, \preceq) 的覆盖关系。那么 S 的幂集上的偏序 $\{(A, B) | A \subseteq B\}$ 的覆盖关系是什么？其中 $S = \{a, b, c\}$ 。

Problem 2

证明：一个有穷偏序集可以从它的覆盖关系重新构造出来。【提示：证明偏序集是它的覆盖关系的自反传递闭包。】

Problem 3

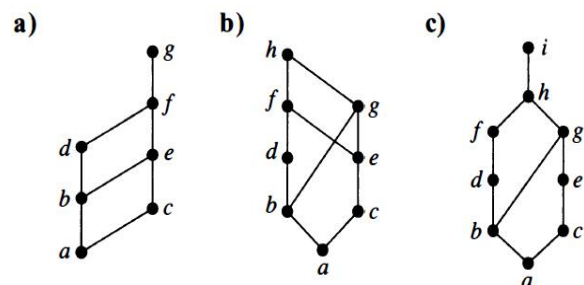
对偏序集 $(\{\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}, \subseteq)$ ，回答下述问题。

- 求极大元素。
- 求极小元素。
- 存在最大元素吗？如果存在请求出。

- d) 存在最小元素吗？如果存在请求出。
- e) 求 $\{\{2\}, \{4\}\}$ 的所有上界。
- f) 如果存在的话，求 $\{\{2\}, \{4\}\}$ 的最小上界。
- g) 求 $\{\{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$ 的所有下界。
- h) 如果存在的话，求 $\{\{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$ 的最大下界。

Problem 4

确定具有下面哈赛图的偏序集是否为格。



Problem 5

证明：一个格的每个有限非空子集都有最小上界和最大下界。

Problem 6

证明：每个有限格都有一个最小元素和最大元素。

Problem 7

证明：一个有穷非空偏序集一定存在一个极大元素。

Problem 8

设 A 是所有 2×2 的布尔矩阵构成的集合， A 上的关系 R 满足 **MRN** 当且仅当 $m_{ij} \leq n_{ij}$, $1 \leq i \leq 2$, $1 \leq j \leq 2$ 。(A, R) 是格吗？试证明之。(m_{ij} 为布尔矩阵 M 的元素, n_{ij} 为布尔矩阵 N 的元素, \leq 表示数值上的小于等于。)

Problem 9

根据下列集合与整除关系画出对应的哈塞图:

- a) $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
- b) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

Problem 10

给出满足下列条件的偏序集的例子:

- a) 有一个极小元素但是没有极大元素。
- b) 有一个极大元素但是没有极小元素。
- c) 既没有极大元素也没有极小元素。