

# 离散数学作业 Problem set 3

## Problem 1

令  $P(x)$  为“ $x$  会说俄语”，令  $Q(x)$  为“ $x$  懂计算机语言 C++”。使用  $P(x)$ ,  $Q(x)$ , 量词和逻辑连接词表示下面的句子。其中量词域由所在学校的所有学生组成。

- a) 存在一个学生既会说俄语又懂 C++。
- b) 存在一个学生会说俄语但不懂 C++。
- c) 每个学生要么会说俄语要么懂 C++。
- d) 没有一个学生会说俄语或者懂 C++。

## Problem 2

令  $Q(x)$  表示“ $x = x^2$ ”。如果变量的论域为整数集合，判断下列各语句的真值。

- a)  $P(0)$
- b)  $P(1)$
- c)  $P(2)$
- d)  $P(-1)$
- e)  $\exists xP(x)$
- f)  $\forall xP(x)$



a)  $\exists !xP(x) \rightarrow \exists xP(x)$

c)  $\exists !x\neg P(x) \rightarrow \neg\forall xP(x)$

b)  $\forall xP(x) \rightarrow \exists !xP(x)$

## Problem 7

使用谓词、量词、逻辑联结词和数学运算符表达语句“每个正整数是四个整数的平方和”。

## Problem 8

假定命题函数  $P(x, y)$  的论域由  $x$  和  $y$  的序偶组成，其中  $x$  是 1、2 或 3， $y$  是 1、2 或 3。用析取式和合取式写出下列命题。

a)  $\forall x\forall y P(x, y)$

b)  $\forall y\exists x P(x, y)$

## Problem 9

假定个体域为所有人组成的集合，在谓词逻辑中符号化下列命题，并论证以下推理的有效性：每个学生或是勤奋的或是聪明的，所有勤奋的人都会有所作为，并非每个学生都有所作为，所以有些学生是聪明的。（注意论证的格式）

## Problem 10

证明两个语句  $\neg\exists x\forall yP(x, y)$  和  $\forall x\exists y\neg P(x, y)$  是逻辑等价的，这里两个  $P(x, y)$  第一个变元的量词具有相同的论域，两个  $P(x, y)$  第二个变元的量词也具有相同的论域。