

Problem 4

设函数 $f: A \rightarrow B$, 有逆函数 $f^{-1}: B \rightarrow A$, 求 $f^{-1} \circ f$ 和 $f \circ f^{-1}$ 的结果。

Problem 5

求下列函数的定义域和值域。

- a) 函数为每对正整数序偶指派这两个整数中的最大数。
- b) 函数为每个正整数指派在该整数中未出现的 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 数字的个数。
- c) 函数为位串指派串中块 11 出现的次数。
- d) 函数为位串指派串中第一个 1 的位置值, 如果位串为全 0 就指派 0。

Problem 6

判断下列情况下 $f: \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ 是否是满射的?

- a) $f(m, n) = 2m - n$
- b) $f(m, n) = m^2 - n^2$
- c) $f(m, n) = m + n + 1$
- d) $f(m, n) = |m| - |n|$
- e) $f(m, n) = m^2 - 4$

Problem 7

假定 f 是从 Y 到 Z 的双射函数, g 是从 X 到 Y 的双射函数。证明合成函数 $f \circ g$ 的反函数可由下式给出 $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ 。

Problem 8

设有函数 $f: A \rightarrow A, g: A \rightarrow A, h: A \rightarrow A$, 使得复合函数 $f \circ h = g \circ h$, 试证明若 h 是一单射函数, 则 $f = g$ 。

Problem 9

令 f 是一个从集合 A 到集合 B 的函数。令 S 和 T 为 A 的子集。证明

a) $f(S \cup T) = f(S) \cup f(T)$

b) $f(S \cap T) \subseteq f(S) \cap f(T)$

Problem 10

假设 f 和 g 是函数, 证明 $f \cap g$ 也是函数。

Problem 11

令 f 为从 A 到 B 的函数。 S 为 B 的子集。证明 $f^{-1}(\bar{S}) = \overline{f^{-1}(S)}$ 。