

离散数学作业 Problem set 7

Problem 1

计算下列集合的基数。

(1) $A = \{x, y, z\}$

(2) $B = \{x | x = n^2 \wedge n \in N\}$

(3) $C = \{x | x = n^{109} \wedge n \in N\}$

(4) $B \cap C$

(5) $B \cup C$

(6) 平面上所有的圆心在 x 轴上的单位圆的集合

Problem 2

设 A, B 为可数集，证明：

(1) $A \cap B$ 是可数集；

(2) $A \times B$ 是可数集。

Problem 3

确定下列各集合是否是有限的、可数无限的或不可数的。对那些可数无限集合，给出在自然数集合和该集合之间的一一对应。

- a) 大于 10 的整数
- b) 奇负整数
- c) 绝对值小于 1 000 000 的整数
- d) 0 和 2 之间的实数
- e) 集合 $A \times \mathbb{Z}^+$ 这里 $A = \{2, 3\}$
- f) 10 的整数倍

Problem 4

如果 A 是不可数集合而 B 是可数集合，那么 $A - B$ 一定是不可数的吗？

Problem 5

证明：如果存在一个从 A 到 B 的满射函数，那么 $|B| \leq |A|$ 。

Problem 6

证明：如果 A 和 B 是集合且 $A \subseteq B$ ，则 $|A| \leq |B|$ 。

Problem 7

设 $A = a, b, c$, $B = 2^A$, 由定义证明 $\mathcal{P}(A) \approx 2^A$ 。

Problem 8

证明: 若 A 是无限集, B 是可数集, 则 $|A \cup B| = |A|$ 。

Problem 9

如果两个集合 A 和 B 均为可列集, 试证明 $A \times B$ 也是可列的。

Problem 10

证明可数多个可数集的并集是可数的。